

LVI олимпиада по точным наукам учащихся Эстонии
МАТЕМАТИКА, ШКОЛЬНЫЙ ТУР
Таллинн, 7 января 2009 года
XII класс

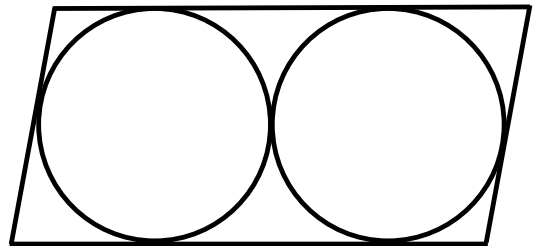
Время, отводимое для решения: 4 часа.

Верное и достаточно обоснованное решение каждой задачи даёт 7 баллов.

Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Пять различных действительных чисел являются последовательными членами арифметической прогрессии. Если исключить из них второе и третье числа, то оставшиеся три числа становятся последовательными членами геометрической прогрессии. Определить знаменатель полученной геометрической прогрессии.
2. Иво купил в магазине электроники телевизор с плоским экраном. Высота экрана телевизора составляет 1,5 метра. Дома он закрепил телевизор на стене так, что когда он сидит в кресле, напротив телевизора, нижний край экрана телевизора находится на 1,2 м выше уровня его глаз. Как далеко от экрана телевизора должен сидеть Иво, чтобы видеть действие на экране под максимальным углом?
3. Дано десятизначное натуральное число $N = \overline{2008x2009y}$. Определить цифры x и y в записи числа так, чтобы натуральное число N делилось нацело на число 132.

4. В параллелограмм вписаны две окружности единичного радиуса так, что обе окружности касаются обоих оснований, одной из двух меньших боковых сторон и друг друга (см. чертёж). Определить площадь параллелограмма, если точка пересечения окружности и меньшей стороны параллелограмма делит сторону в отношении 9 : 4.



5. На доске записываются 16 различных положительных целых чисел, ни одно из которых не превышает 60. Для каждой пары чисел найдём их положительную разность. Докажи, что в множестве полученных таким образом разностей найдётся по меньшей мере три равных числа.